

Boomgroei

Naar de groei van bomen is veel onderzoek gedaan. Dat heeft geleid tot een goed inzicht in het verband tussen de hoogte van een boom en de leeftijd van die boom. In de bosbouw wordt voor veel bomen de te verwachten hoogte berekend met de formule van Chapman-Richards:

$$h = a(1 - b^t)^c$$

Hierin is h de hoogte van een boom in meters en t de leeftijd in jaren. De waarden van de getallen a , b en c hangen af van de soort boom. De getallen a , b en c zijn positief. In tabel 1 zijn deze waarden voor enkele boomsoorten weergegeven.

tabel 1

boom	a	b	c
Japane lariks	23,743	0,9603	1,22770
zomereik	39,143	0,9867	0,96667
Amerikaanse eik	29,026	0,9790	0,80820
berk	43,281	0,9876	0,95040
grove den	24,426	0,9656	1,59980

Het verband tussen de hoogte en de leeftijd van de zomereik wordt dus gegeven door de formule:

$$h = 39,143(1 - 0,9867^t)^{0,96667}$$

De zomereik wordt op den duur veel groter dan de Amerikaanse eik, maar in de eerste levensjaren groeit de Amerikaanse eik veel sneller.

- 5p **9** Toon door berekening aan dat volgens de formule van Chapman-Richards de Amerikaanse eik in het vierde levensjaar ruim 20 cm méér groeit dan de zomereik.

Elke boom groeit, maar die groei gaat steeds langzamer. We kunnen dit nagaan met behulp van de afgeleide van h . Dat gaan we hier doen voor de zomereik. Voor de snelheid waarmee deze boomsoort groeit, kijken we naar de formule voor de afgeleide:

$$h' = \frac{0,507 \cdot 0,9867^t}{(1 - 0,9867^t)^{0,03333}}$$

Aan de vorm van deze afgeleide kun je door redeneren, dus **zonder** berekeningen uit te voeren, zien dat de zomereik steeds groeit en dat die groei steeds langzamer gaat.

- 6p **10** Laat zien (door een redenering) hoe uit de formule van de afgeleide volgt dat de zomereik steeds groeit en dat deze groei steeds langzamer gaat.

Voor de formule voor de zomereik hebben we gebruik gemaakt van de waarden van a , b en c uit tabel 1. Maar niet alle zomereiken hebben de waarde 39,143 voor a .

Factoren zoals klimaat en bodemgesteldheid beïnvloeden de waarde van a . Chapman en Richards gaan er in hun model van uit dat de waarden van b en c uitsluitend afhangen van de boomsoort.

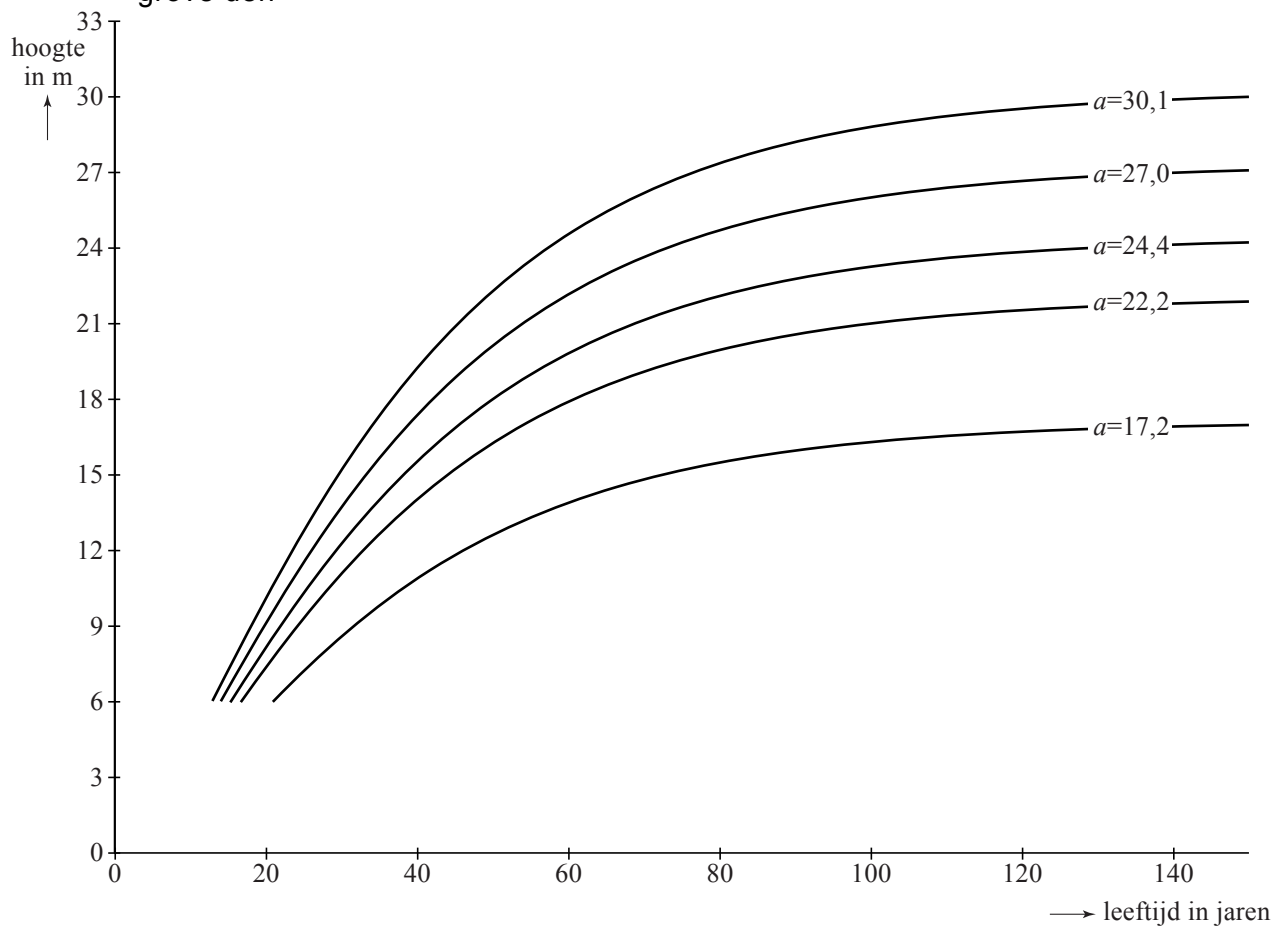
Vaak weet men niet van tevoren welke waarde van a een boom heeft. Om de waarde van a voor een boom te bepalen, laat men de boom eerst een aantal jaren groeien.

Daarna meet men de boom op en berekent men welke waarde van a past bij de groei van die boom. Men gaat ervan uit dat die waarde van a daarna niet meer verandert.

- 3p 11 Een zomereik bereikt op de leeftijd van 10 jaar een hoogte van 6,18 meter. Bereken de waarde van a die hierbij hoort.

Afhankelijk van de waarde van a krijgen we verschillende groeiformules. In figuur 1 zie je de grafieken van enkele groeiformules van de grove den. De waarde van a staat er steeds bij vermeld.

figuur 1
grove den



Het ziet er naar uit dat je aan de waarde van a kunt zien hoe groot de verschillende grove dennen uiteindelijk worden.

- 4p **12** Onderzoek aan de hand van de formule of dit inderdaad het geval is voor de grafiek die hoort bij $a = 30,1$.

Als je naar figuur 1 kijkt, kun je je afvragen of deze grafieken door de oorsprong $(0, 0)$ gaan als we ze verder naar links zouden doortekenen. Dit is inderdaad het geval.

Sterker nog: dit is het geval voor **alle** grafieken die horen bij de algemene formule $h = a(1 - b^t)^c$ van Chapman-Richards.

- 4p **13** Beredeneer, dus zonder getallenvoorbeelden te gebruiken, dat **alle** grafieken die horen bij de formule van Chapman-Richards door de oorsprong gaan.